2D-Strömungssimulation mit FLUMEN

Cornel Beffa

Fluvial.ch, Schwyz

Kurzfassung: FLUMEN ist der Name eines Finite-Volumen Programmes zur Lösung der zweidimensionalen Flachwassergleichungen auf unstrukturierten Netzen. Es zeichnet sich aus durch hohe Stabilität für unter- und überkritische Abflussregimes und das automatische Erkennen von abwechselnd trockenen und benetzten Berechnungszellen. Wehre und Durchlässe können als Sonderbauwerke in das 2D-Modell eingebunden werden. Der modulare Programmaufbau erlaubt es, Gerinneabfluss wahlweise mittels 1D-Ansatz zu simulieren. FLUMEN erleichtert durch seine strukturierte und netzunabhängige Eingabesyntax die Bearbeitung umfangreicher Modelle und die für die Qualitätssicherung wichtigen Modelltests. An der Seite von FLUMEN steht der Präprozessor FLUVIZ, ein Werkzeug zur Generierung glatter Netze unter Berücksichtigung komplexer Geländestrukturen. Beide Programme haben sich in einer Vielzahl von Anwendungen als effiziente und zuverlässige Modellwerkzeuge bewährt. Deren Entwicklung wird innerhalb von Projekten und Studien fortgeführt.

Keywords: Strömungssimulation, Flachwassergleichungen, Finite-Volumen Methode, Hochwassermodellierung, Dammbruchwellen

1 Einleitung

Das hydrodynamisch-numerische Abflussmodell FLUMEN (FLUvial Modelling ENgine) ist eine Weiterentwicklung des Programmes Hydro2de, das während eines Postdoc am National Institute for Water and Atmospheric Research in Neuseeland entwickelt wurde. Grundlage dazu bildete eine Forschungsarbeit an der Versuchsanstalt für Wasserbau, Hydrologie und Glaziologie der ETH Zürich (Beffa 1994). Der vorliegende Bericht gibt einen Überblick über die Modellgrundlagen und Anwendungsgebiete. Weitergehende Informationen inkl. Evaluationsversionen der Programme sind unter http://www.fluvial.ch/ abrufbar.

2 Modellgrundlagen

2.1 Flachwassergleichungen

FLUMEN basiert auf den tiefengemittelten Flachwassergleichungen in Erhaltungsform:

- Kontinuitätsgleichung

$$\frac{\partial h}{\partial t} + \frac{\partial q}{\partial x} + \frac{\partial r}{\partial y} = 0 \tag{1}$$

- Impulsgleichungen in x- Richtung

$$\frac{\partial q}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{q^2}{h} + \frac{gh^2}{2}\right) + \frac{\partial}{\partial y}\left(\frac{qr}{h}\right) + gh\frac{\partial z}{\partial x} + \frac{\tau_{bx}}{\rho} = 0 \tag{2}$$

- Impulsgleichungen in y-Richtung

$$\frac{\partial r}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{qr}{h}\right) + \frac{\partial}{\partial y}\left(\frac{r^2}{h} + \frac{gh^2}{2}\right) + gh\frac{\partial z}{\partial y} + \frac{\tau_{by}}{\rho} = 0 \tag{3}$$

mit x, y = horizontale kartesische Koordinaten, t = Zeit, h = Abflusshöhe und den Komponenten des spezifischen Abflusses q und r, ferner g = Erdbeschleunigung, ρ = Dichte, z = Sohlenhöhe und τ_{bi} = Sohlenschubspannungen. Die Flachwassergleichungen beruhen auf der Annahme von hydrostatischen Druckbedingungen und unter Vernachlässigung der inneren Spannungen.

FLUMEN löst die Flachwassergleichungen mit einer expliziten Zellenmittelpunkt-Finite-Volumen Methode (FVM) und Flux-Difference Splitting nach Roe (Roe 1981). Die FVM geht von der Integralform der Erhaltungsgleichungen aus. Diese kann unter Verwendung des Divergenztheorems als Linienintegral ausgedrückt werden

$$A_i \frac{\partial U_i}{\partial t} = -\oint F_n(U)\, dL + A_i S(U_i) \tag{4}$$

mit U_i = Unbekannte im Zellenmittelpunkt, A_i = Zellenfläche, F_n = Fluss normal zur Zellenseite, L = Integrationsvariable entlang des Zellenrandes, S = Quellen-/Senkenterm. Da die FVM auf der Integralforrm beruht, ist die Erhaltung von Volumen und Impuls global und lokal erfüllt – eine zentrale Voraussetzung für praktische Anwendungen. Im Unterschied zu den häufig eingesetzten Versetzte-Gitter-Verfahren konvergieren die Zellenmittelpunkt-FVM sowohl für unter- wie auch für überkritische Abflussregimes (Beffa 1994). Diese Eigenschaft macht sie für die Ingenieurpraxis besonders attraktiv.

2.2 Diskretisierung und numerische Konsistenz

Zur Diskretisierung des Terrains verwendet FLUMEN ein unstrukturiertes Dreiecksnetz (TINs), welches sich optimal an vorhandene Geländestrukturen (Dämme, Verkehrswege, Gräben) anpassen lässt. Die diskrete Erhaltungsgleichung für die Zelle i lautet

$$\frac{\partial U_i}{\partial t} = -\frac{1}{A_i}\left(F_n(U)_{ij}\, l_{ij} + F_n(U)_{ik}\, l_{ik} + F_n(U)_{il}\, l_{il}\right) + S(U_i) \tag{5}$$

Dabei bezeichnet die Seite *ij* den gemeinsamen Zellenrand der Zellen *i* und *j* gemäss Abbildung 1, l_{ij} = Länge der Zellenseite, U_{ij} = Wert der Unbekannte auf der Zellenseite und $F(U)_{ij}$ = Normalenfluss über die Zellenseite. Die Normalenflüsse werden durch die Lösung eines lokalen 1D-Problemes ermittelt (Sleigh et al. 1995).

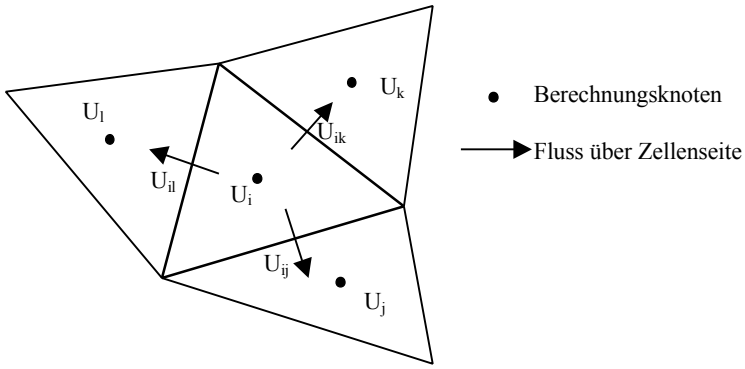

Abbildung 1 – Lage der Berechnungsknoten und diskreten Flüsse im Dreiecksnetz

Numerische Konsistenz[1] wird durch Verwendung von glatten Netzen erreicht. Bei Verwendung von Dreiecksnetzen sind dazu minimale Winkel zwischen den Dreieckseiten (z.B. a > 20°) einzuhalten. Der Aufbereitung der Terraindaten kommt somit eine grosse Bedeutung zu. Mit dem Programm FLUVIZ (FLUVial wIZard) steht ein Werkzeug zur Bearbeitung von räumlichen Daten zur Verfügung. Neben Standardaufgaben wie Dateneinfügen, -ausschneiden und -verändern enthält FLUVIZ intelligente Routinen zur Ausdünnung von Datensätzen (z.B. weeding nach Douglas-Peuker) und der Definition von Zwangslinien für die Triangulation. In Kombination mit der Triangulationsroutine TRIANGLE (Shewchuk 1996) lassen sich auch komplexe Geometrien (inkl. „Löcher“) durch glatte Netze abbilden.

---

[1] Numerische Konsistenz drückt aus, dass sich die diskrete Gleichung der Differentialgleichung annähert, falls Zellengrösse → 0 und Zeitschrittlänge → 0. Die FVM Methode ist für verzerrte Netze nicht konsistent (Müller 1991).

Die räumliche Auflösung lässt sich entsprechend der Problemstellung lokal anpassen.

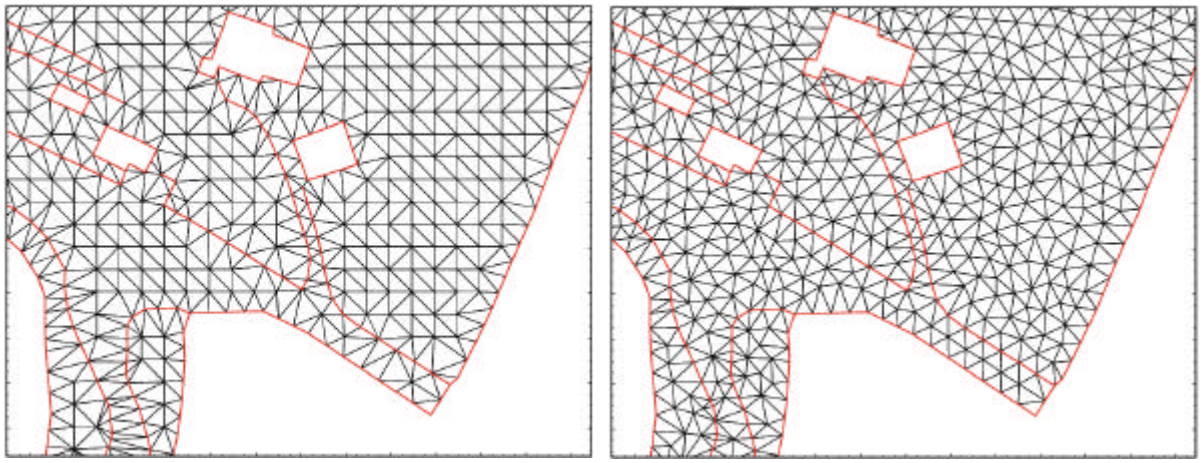

Abbildung 2 – Bild links: Konventionelle Vermaschung mittels Einheitsraster und Buffering. Erkennbar sind die Netzverzerrungen entlang der Zwangslinien. Bild rechts: Vermaschung mittels Quality Refinement (Ruppert 1995). Netzverzerrungen werden durch lokale Verdichtung eliminiert; die „Glattheit“ der Netze ist gewährleistet.

2.3 Eingabesyntax

Die Definition der Modellparameter (exkl. Berechnungsnetz) erfolgt mittels Texteditor in einem Eingabefile. Die Eingabesyntax unterscheidet zwischen Steuerwörtern zur Strukturierung der Eingabe (beispielsweise `>>polygon`) und Schlüsselwörtern zur Kennzeichnung der Eingabewerte (z.B. `kst 36`). Mit dem Steuerwort `include` lassen sich externe Dateien in das primäre Eingabefile einbinden (Abbildung 3).

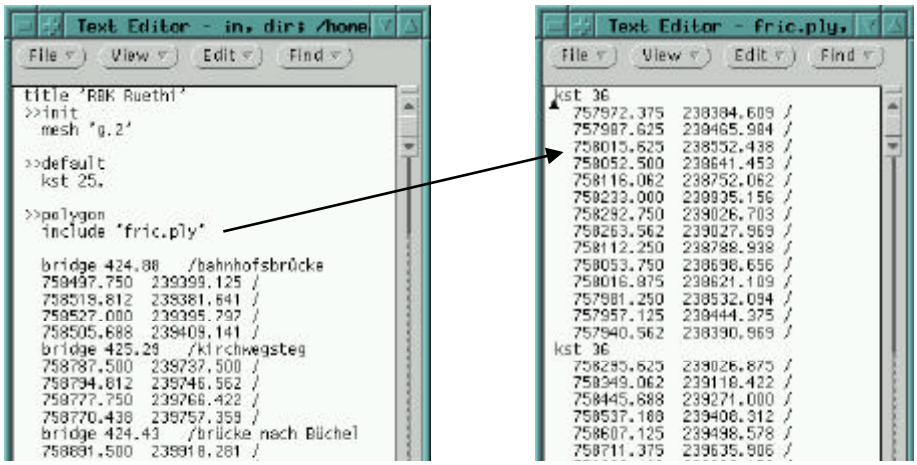

Abbildung 3 – Beispiel einer strukturierten Eingabedatei (links) mit Verweis auf eine externe Datei (z.B. zur Definition von Rauigkeitsparametern in Form von Polygonen)

3 Modellparameter

3.1 Sohlenrauigkeit

Zur Beschreibung von Sohlenrauigkeiten stehen verschiedene Reibungsgesetze zur Auswahl: Ansatz von Manning-Strickler, das logarithmische Fliessgesetz und - für kleine Abflusshöhen - das „full log-law“ (Smart et al. 2002). Der Einfluss von durchströmtem Bewuchs wird nach einem Ansatz von Lindner (1982) berücksichtigt. Diese Parameter werden den Berechnungszellen mittels netzunabhängigen Polygonen zugeordnet (vgl. Abbildung 4). Sämtliche Eingabeparameter inkl. Randbedingungen werden losgelöst vom Berechnungsnetz definiert. Änderungen im Berechnungsnetz - beispielsweise eine Erhöhung der räumlichen Auflösung - können somit ohne Anpassungen am übrigen Modellinput vorgenommen werden.

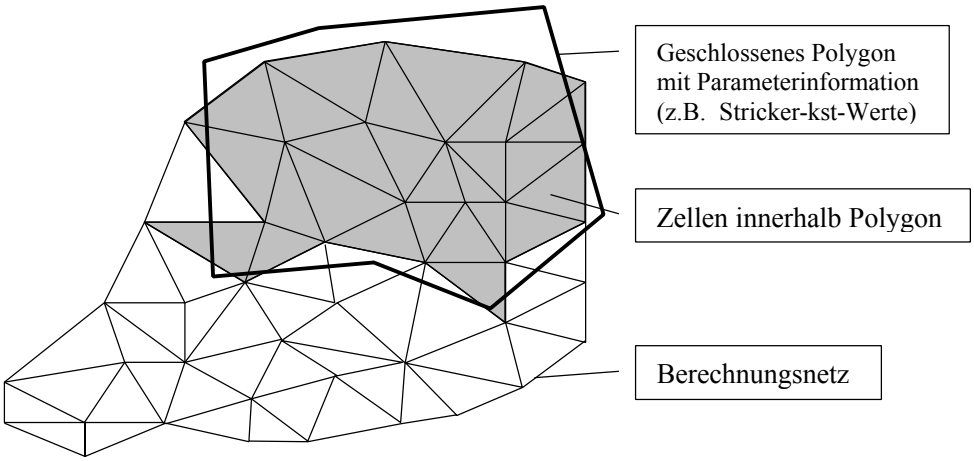

Abbildung 4 – Zuordnung von Modellparametern mittels Polygon

3.2 Anfangsbedingungen

Ergebnisse aus früheren Berechnungen lassen sich als Anfangsbedingungen für neue Simulationen verwenden („hot starts“). Hilfreich zur Simulation von Ausuferungen ist die Möglichkeit von „dry starts“. Das Berechnungsverfahren erkennt selbständig, welche Gebiete während der Simulation neu benetzt werden oder beim Rückgang eines Hochwassers wieder trocken fallen. Es ist aber auch möglich, die Anfangswerte von Abflusshöhe oder Wasserspiegel über dem gesamten Modellgebiet oder Teilen davon mittels Polygonen explizit vorzugeben,

beispielsweise um die Wellenausbreitung beim plötzlichen Bruch einer Talsperre zu simulieren.

3.3 Randbedingungen

Ohne weitere Vorgaben geht FLUMEN von undurchlässigen Modellrändern aus. Bei Zu- oder Wegflussrändern ist die Vorgabe folgender Randbedingungen möglich:

(1) Ganglinie des Zu- oder Wegflusses [m^3/s]
(2) Ganglinie des Wasserstandes [m ü. M.]
(3) Energieliniengefälle [-] (nur bei Ausflussrand)
(4) Tide [m ü. M.]

Zu- und Wegflussränder werden dabei ebenfalls mittels Polygonen definiert, wobei innerhalb eines Polygons für alle Randzellen die gleichen Randbedingungen angenommen werden. Eine Besonderheit gilt für die Randbedingung vom Typ (1) bei der Modellierung eines Gerinnezuflusses: FLUMEN verteilt den vorgegebenen Gesamtabfluss auf mehrere Randzellen innerhalb des Randpolygons basierend auf den lokalen Sohlenkoten und Rauigkeiten unter Annahme von Normalabflussbedingungen.

Modellränder im überkritischen Regime werden von FLUMEN automatisch erkannt. Bei Zuflussrändern wird die Wassertiefe – sofern kein anderer Wert vorgegeben wird – auf den kritischen Wert gesetzt (Standardverfahren). Bei einem überkritischen Modellrand wird die Randbedingung ignoriert.

3.4 Bewegliche Sohle

Sohlendeformationen (Auflandungen, Erosionen) lassen sich wahlweise mit den Transportformeln von Meyer-Peter/Müller oder Smart/Jäggi unter Berücksichtigung der Deckschichtbildung berechnen. Nicht-erodierbare Sohlenbereiche - beispielsweise Uferschutzverbauungen oder Schwellen - können durch Vorgabe einer fiktiven Felsoberfläche festgehalten werden. Der Sedimentfluss über fixierte Sohlen wird berücksichtigt. Als morphologische Bedingungen an Zuflussrändern können die relativen Transportraten oder ein Transportgleichgewicht vorgegeben werden.

3.5 Weitere Optionen

Wehre und Durchlässe werden als Sonderbauwerke bei der Berechnung der Flüsse über die Zellenseite berücksichtigt, wobei die entsprechenden Wehr- und Durchlassparameter vom Benutzer definiert werden. Der Abfluss über die einzelnen Organe lässt sich als Ganglinie abfragen. Wird die Lage von Brückenplatten eingegeben, so berechnet das Programm einen allfälligen Rückstau aufgrund der Verminderung der abflusswirksamen Fläche und dem erhöhten hydraulischen Umfang.

FLUMEN ermöglicht als Besonderheit die Integration von 1D- und 2D Modulen zu einem Gesamtmodell. Dabei lassen sich einzelne Module unabhängig voneinander erstellen und betreiben, was die Erstellung komplexer Systeme vereinfacht und die Qualitätssicherung erleichtert (Beffa 2002).

4 Modelltests und -schnittstellen

In der praktischen Durchführung von Simulationsrechnungen stellt sich immer die Frage: Wie fein muss das Berechnungsnetz gewählt werden, damit numerische Fehlereinflüsse ausgeschlossen werden können? Darauf gibt es nur eine Antwort: Die Auflösung muss derart gewählt werden, dass die Wahl einer noch feineren Diskretisierung zu keinen Änderungen in den Resultaten führt. Um dies zu überprüfen ist eine Berechnung der selben Problemstellung (gleiche Anfangs- und Randbedingungen) auf unterschiedlich feinen Berechnungsnetzen nötig. FLUMEN unterstützt diese Modelltests, indem der gesamte Modellinput vom darunterliegenden Berechnungsnetz unabhängig ist.

FLUMEN erlaubt die animierte Darstellung des Strömungsfeldes bereits während der Rechnung (vgl. Abbildung 5). Dies erleichtert die Kontrolle langer Berechnungsläufe und dient der Fehlerbehebung. Gleichzeitig dient FLUMEN als Postprocessor zur Visualisierung vergangener Simulationen und der Resultatausgabe für die Weiterbearbeitung in externen Programmen (CAD, GIS).

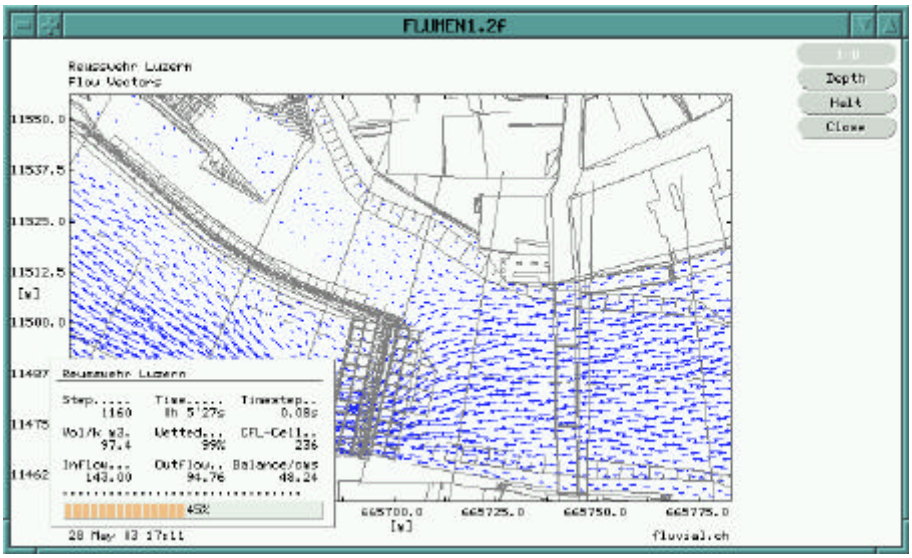

Abbildung 5 – Progresswindow und Darstellung der Strömungsvektoren während einer FLUMEN-Berechnung

Für den externen Datenaustausch stehen folgende Schnittstellen zur Verfügung: ASCII-Tabellen (lesen/schreiben); ArcInfo Grid (lesen/schreiben); DXF (lesen/schreiben); ArcInfo Generate (schreiben); PostScript (schreiben). Eine Schnittstelle zu ArcView Shapes ist geplant. Zusätzlich ist die Ausgabe von Screenshots in diversen Rasterformaten möglich.

5 Anwendungsgebiete

Beispiele für das Einsatzgebiet des Programmes FLUMEN sind:

(1) Simulation von Ausuferungen und Ueberflutungen zur Dimensionierung von Schutzbauten oder Notfallplanung (Beffa 2002, Denoth 2003)
(2) Simulation von Flutwellen infolge des Bruches von Talsperren oder Deichen (Beffa 2001)
(3) Simulation von Schwall und Sunk in Flussstauhaltungen
(4) Strömungsanalysen zur Gestaltung und Optimierung von Wasserbauten
(5) Habitatsmodellierungen und Beurteilung der Organismendurchgängigkeit (Beffa & Hürlimann 2001)
(6) Simulation von Sohlenauflandungen und –erosionen in Flussaufweitungen

Im folgenden sollen zwei Anwendungen für die Bereiche (2) und (4) kurz dargestellt werden.

5.1 Dammbruchsimulation

Broich et al. (1993) untersuchten die Ausbreitung einer Flutwelle in einer Versuchsanlage mit ebener, glatter Sohle nach einem instantanen Dammbruch (Breschenbreite 0.7 m, Stauhöhe 0.2 m, vgl. Abbildung 6). Die Ausbreitung der Flutwelle wurde mittels Drucksensoren und Videokamera aufgezeichnet und daraus der Verlauf der Flutwellenfront bestimmt. Die Nachrechnung der Flutwellenausbreitung mit FLUMEN im Rahmen einer Parameterstudie (Beffa 2001) ergab auf Anhieb eine sehr gute Übereinstimmung mit den beobachteten Grössen. Die Abnahme der Abflusshöhe entlang der Mittelachse sowie die Eintreffzeit der Wellenfront wird korrekt reproduziert (Abbildung 7).

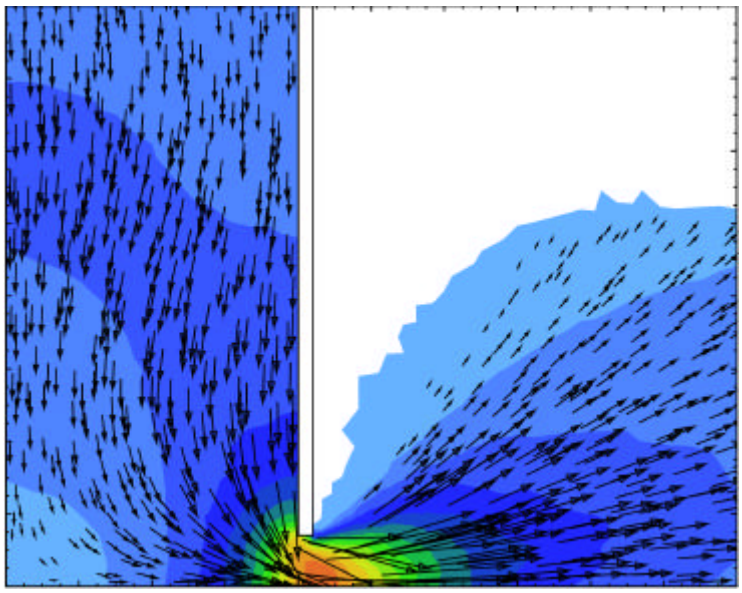

Abbildung 6 – Berechnete Strömungsvektoren und spezifischer Abfluss beim Ausfluss aus einer Dammbresche auf ebener Sohle kurz nach dem Bruch (dargestellt ist eine Symmetriehälfte)

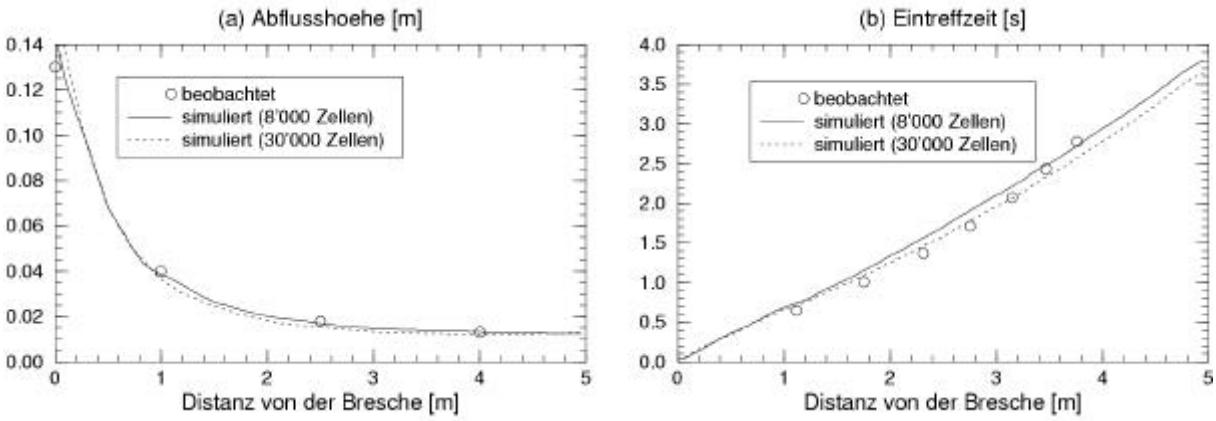

Abbildung 7 – Dammbruchversuche von Broich et al. (1993). Vergleich zwischen Messung und Rechnung mit FLUMEN

5.2 Interne Strömungen

Im Rahmen der Planungsarbeiten zur Sanierung des Reusswehres bei Luzern (Deubelbeiss et al. 2003) wurde FLUMEN zur Modellierung der Strömungsverhältnisse im Wehrbereich eingesetzt. Die Modellresultate dienten einerseits als Grundlage zur Habitatsmodellierung im Rahmen der Umweltverträglichkeitsprüfung und andererseits zur hydraulischen Optimierung der Sohlenbaggerungen. Zur Validierung der Berechnungsresultate konnten Naturbeobachtungen und Messungen an einem physikalischen Modell beigezogen werden.

Die Vorzüge von FLUMEN (Abbildung komplexer Geometrien, Stabilität bei gemischt unter-/überkritischen Regimes) kamen bei dieser Anwendung voll zum Tragen.

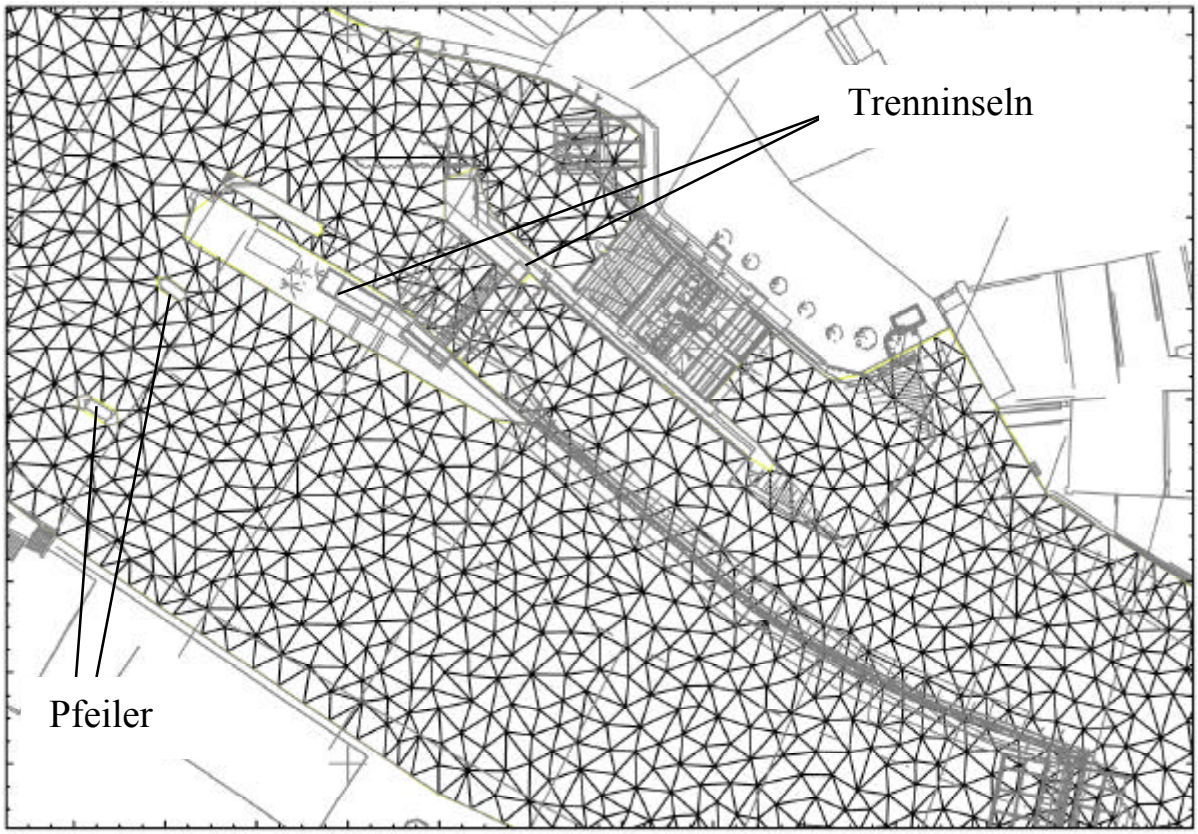

Abbildung 8 – Reusswehr Luzern:Verwendetes Berechnungsnetz für die Strömungssimulation nach Massnahmen. Ersichtlich sind die Aussparungen für die Trenninseln und die Brückenpfeiler.

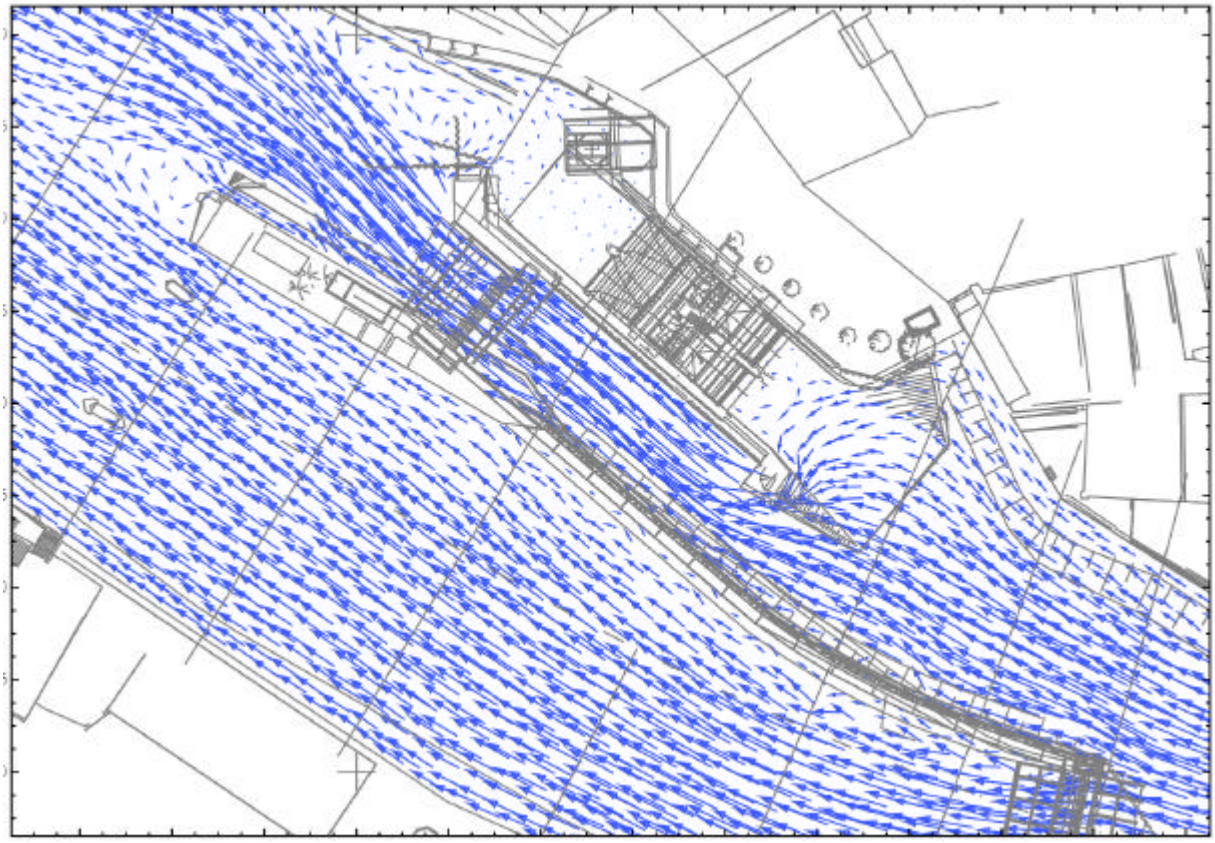

Abbildung 9 – Reusswehr Luzern: Berechnete Strömungsvektoren für das geöffnete Seitenwehr

6 Literatur

Beffa, C. 1994. „Praktische Lösung der tiefengemittelten Flachwassergleichungen." *Mitteilung 133 der Versuchsanstalt für Wasserbau, Hydrologie und Glaziologie.* ETH Zürich.

Beffa, C. 2001. „Ein Parameterverfahren zur Bestimmung der flächigen Ausbreitung von Breschenabflüssen." *wasser, energie, luft.* 93. Jahrgang Heft 3/4, CH-5401 Baden.

Beffa, C., Hürlimann, J. 2001. "Ermittlung von charakteristischen Strömungsparamtern in verzweigten und unverzweigten Gerinnen". *Ingenieurbiologie, genie biologique* 04/01.

Beffa, C. 2002. „Integration von ein- und zweidimensionaler Modelle zur hydrodynamischen Simulation von Gewässersystemen." Int. Symposium „Moderne Methoden im Wasserbau", ETH Zürich.

Broich, K., Hartmann, S., Kulisch, H., Nujic, M., Otto, A. (1993). „Simulationsmodelle zur Berechnung von Dammbrüchen und 1- bzw. 2-dimensionaler Ausbreitung der Flutwelle im Gelände." *Mitteilung 48/1993*, Institut für Wasserwesen, Universität der Bundeswehr, München.

Denoth, S. 2003. "Zweidimensionale Hochwassersimulation der Elbe zwischen Torgau und Coswig." *Diplomarbeit Wintersemester 02/03*, Institut für Hydromechanik und Wasserwirtschaft der ETH Zürich (unveröffentlicht).

Deubelbeiss, E., Stalder, P., Müller, U. 2003."Regulierung des Vierwaldstättersees und Sanierung der Reusswehranlage in Luzern mit dem historischen Nadelwehr." *wasser, energie, luft*. 95. Jahrgang Heft 3/4, CH-5401 Baden.

Lindner, K. 1982. „Der Strömungswiderstand von Pflanzenbeständen." Fachbereich für Bauingenieur- und Vermessungswesen, TU Braunschweig.

Müller, B. 1991. *Numerische Lösung der kompressiblen Navier-Stokes-Gleichungen*.Vorlesungsunterlagen, Institut für Fluiddynamik, ETH Zürich.

Roe, P. L. 1981. „Approximate Riemann solvers, parameter vectors and difference schemes." *J. Comp. Physics*, Vol. 43.

Ruppert, J. 1995. „*A* Delaunay Refinement Algorithm for Quality 2-Dimensional Mesh Generation." *J. Algorithms*, 18 (3), 548-585.

Shewchuk, J. R. 1996. "Triangle: Engineering a 2D Quality Mesh Generator and Delaunay Triangulator." School of Computer Science, Carnegie Mellon University, Pittsburgh.

Sleigh, P. A., Gaskell, P. H., Berzins, M., Ware, J. M., Wright, N. G. 1995. "A realiable and accurate technique for the modelling of practically occuring open channel flows". Proc. 9th Int. Conf. on Numerical Methods in Laminar and Turbulent Flows, Atlanta.

Smart, G. M., Duncan, M. J. , Walsh, J. M. 2002. „Relatively Rough Flow Resistance Equations". *J. Hydr. Engrg. ASCE*, Vol. 128, No. 6.

Anschrift des Verfassers:

Dr. Cornel Beffa
Fluvial.ch, Postfach 28, CH-6431 Schwyz
Tel. ++41 41 810 07 35
cbeffa@fluvial.ch